

Projekt 8.8. Napiers stave – og de moderne regnestokke

I starten af 16. hundrede tallet udvikledes en række regnetekniske hjælpemidler bla. udarbejdede Napier en multiplikationstabel, som er kendt under navnet "Napier stave" eller pga. en oversættelses fejl "Napier bones", da stavene blev lavet i ben fra fx køer for at være i en bedre kvalitet.

Napier stave var konstrueret i træ (eller ben) og havde en rektangulær rumlig form. Hver stav var inddelt i 9 kvadrater, som hver blev delt af kvadratets diagonal. I toppen var der indgraveret en bestemt tal, og de 9 kvadrater nedenfor indeholdt de tal, der fremkommer ved at gange det øverste tal med tallene fra 2 til 9, dvs hvis det øverste tab er 4, så er det 4-tabellen, der vises nedenfor. Hvis disse tal indeholdt to cifre, så placerede han 10' er cifret over diagonalen og 1' er cifret under diagonalen (se figur).



Napier "bones".

Øvelse 1: Lav de ti Napier stave i papir dvs. hvor du ganger tallene fra 0 til 9 med tallene fra 2 til 9, og klip de to stave ud.

Multiplikation

Hvis man så ville gange tallet 48 med tallet 379, så tog man stavene svarende til 3, 7 og 9, og lagde dem tæt ved siden af hinanden, så man får en figur som denne – brug dine Napier stave i papir:

	3	7	9	
2	0 6	1 4	1 8	
3	0 9	2 1	2 7	
4	1 2	2 8	3 6	IV: $4 \cdot 379 = 1516$
5	1 5	3 5	4 5	
6	1 8	4 2	5 4	
7	2 1	4 9	6 3	
8	2 4	5 6	7 2	VIII: $8 \cdot 379 = 3032$
9	2 7	6 3	8 1	

Øvelse 2: Forklar hvordan de to produkter fremkommer ud fra Napier stavene – læg diagonalerne sammen og husk mente.

Multiplikationen udføres som tre additioner. Af stavene får vi:

$$\text{IV: } 4 \cdot 379 = 1137:$$

$$\begin{array}{r} 123 \\ + 286 \\ \hline \end{array}$$

$$1516$$

$$\text{VIII: } 8 \cdot 379 = 3032:$$

$$\begin{array}{r} 257 \\ + 462 \\ \hline \end{array}$$

$$3032$$

Endelig finder vi så det søgte resultat ved at lægge disse to delresultater sammen, idet vi tager hensyn til 1'ere og 10'ere:

$$\begin{array}{r} 1516 \\ + 3032 \\ \hline 18192 \end{array}$$

Øvelse 3: Opstil 3 gangestykker, og beregn resultatet med Napiers stave.

Øvelse 4: a) Hvor mange stave har man brug, når man vil gange to et cifrede tal med hinanden ?

b) Hvor mange stave har man brug, når man vil gange et et cifret tal og et to cifret tal med hinanden ?

b) Hvor mange stave har man brug, når man vil gange to to cifrede tal med hinanden ?

Division

Hvis man så ville dividere tallet 2345 med tallet 35, så tog man stavene svarende til 3 og 5, og lagde dem tæt ved siden af hinanden, så man får en figur som denne – brug dine Napier stave i papir:

	3	5
0	1	
	6	0
0	1	5
1	2	
	2	0
1	2	5
1	3	
	8	0
2	3	5
2	4	
	4	0
2	4	5
	7	

Fx er 7 gange 35 lig med 245, og 6 gange 35 lig med 210.

I divisionsprocessen starter man med se på tallet 2345 fra venstre. Man udvælger den mindste del, hvor 35 går et helt antal gange op med en eventuel rest.

I dette tilfælde er 234, og her går 35 op 6 gange med en rest på 24.

Næste trin i divisionsprocessen er at lave heltalsdivision med 245.

Her går 35 op 7 gange uden rest.

Konklusionen bliver så, at 2345 divideret med 35 giver 67.

Øvelse 5: Opstil 3 divisionsstykker, og beregn resultatet med Napiers stave.

Øvelse 6: Hvor mange Napier stave skal man bruge, hvis man vil lave division med trecifrede tal ?

Kvadratrod

Med tre ekstra stave kan man udtrække fx kvadratrødder. De tre ekstra stave er

n^2	$2n$	n
0		
1	2	1
4	4	2
9	6	3
16	8	4
25	10	5
36	12	6
49	14	7
64	16	8
81	18	9

Øvelse 7: Forklar sammenhængen mellem de tre stave.

Når man tager kvadratroden af et tal med Napiers stave, så starter man med at gruppere tallet, som man vil bestemme kvadratroden af. Grupper tallet i tal med to cifre startende til højre.

Dvs. 289 grupperes i 2 og 89, og der regnes på grupperne fra venstre.

Vi skal nu vælge det største kvadrattal, der er mindre end eller lig med 2. Det bliver 1.

Vores første del til resultatet er nu den række der hører til dette kvadrattal, dvs. 1.

Vi fører differencen mellem tallet i gruppen og kvadrattallet dvs. $2-1=1$ videre, og sætter sammen med tallet i den næste gruppe dvs. vi skal nu regne videre på 189.

Da der i $2n$ søjlen står 2, så skal vi lægge Napier staven til 2 sammen med n^2 staven

Projekter: Kapitel 8. Projekt 8.8. Napiers stave

		n^2	
	2		
0	/	0	
	2	/	1
0	/	0	
	4	/	4
0	/	0	
	6	/	9
0	/	1	
	8	/	6
1	/	2	
	0	/	5
1	/	3	
	2	/	6
1	/	4	
	4	/	9
1	/	6	
	6	/	4
1	/	8	
	8	/	1

Vi skal nu finde det største tal, der mindre end eller lig med 189. I række står der 189, så vi får resultatet fra denne del af processen til 7.

Vi kan nu sætte de to del resultater sammen til 17, hvilket er kvadratroden af 289.

Øvelse 8: Vælg selv tre tal og tag kvadratroden af dem med Napiers stave.

Læs mere på http://en.wikipedia.org/wiki/Napier's_bones.

Genaille-Lucas

En generalisering af Napiers stave er Genaille-Lucas stave – se http://en.wikipedia.org/wiki/Genaille%E2%80%93Lucas_rulers

Øvelse 9: Forklar med et eksempel hvordan Genaille-Lucas stave bruges til multiplikation.

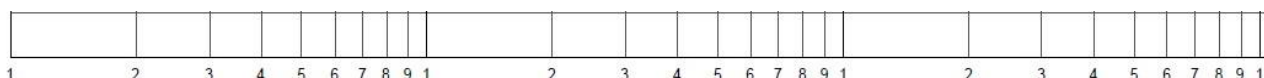
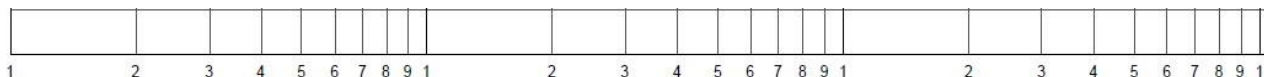
Kilder: <http://ed-thelen.org/comp-hist/CBC.html>

<http://www.17centurymaths.com/contents/napier/jimsnewstuff/Napiers%20Bones/NapiersBones.html>

Regnestokken: Byg din egen gangemaskine

Den såkaldte regnestok var en mekanisk gange- og divisionsmaskine, der byggede på det logaritmiske princip: At gangestykker oversættes til additionsstykker, når vi transformerer tallene til deres logaritmer. På regnestokken skatte det ved, at tallene var afsat på selve stokken og på en skyder der gled langs stokken i en afstand fra begyndelsespunktet svarende til logaritmen til tallet.

- 1) Find på nettet oplysninger om regnestokken
- 2) Konstruer en papirmodel af en regnestok på følgende måde: Klip de to akser ud og kald den ene *akse 1* og den anden *akse 2*. Du skal bruge klippedelen nedenfor.



- 1) Inddel de to akser
- 2) Marker et tal på *akse 1*.
- 3) Marker et tal på *akse 2*.
- 4) Læg starten af *akse 2* ved det tal, som du markerede på *akse 1*.
- 5) Find din markering på *akse 2* og aflæs tallet på *akse 1* ud for din markering på *akse 2*.
- 6) Hvilket tal aflæser du på *akse 2* ?

Gentag punkt 2 til 7 og udfyld tabellen

Markering <i>akse 1</i>							
Markering <i>akse 2</i>							
Aflæsning <i>Akse 2</i>							

Hvilket system iagttager du ?

-----klippedel-----

