ISBN 978 87 7066 827 9

L&R Uddannelse
EGMONT

Projekt 10.15: Matematik og demokrati - Mandatfordelinger

Introduktion:

I et *repræsentativt demokrati* repræsenteres borgerne af en valgt forsamling, der styrer samfundet, regionen, kommunen osv. … Vi ser her på kommunevalget. Her vil typisk et antal partier stille op for at fordele et givet antal mandater. Vi vil forenkle problemstillingen og forestille os at disse partier indgår i tre valgforbund A, B og C, som fordeler mandaterne i forhold til de opnåede stemmetal. Herefter kan man så i de enkelte vagforbund gå videre og fordele de opnåede mandater mellem partierne. Men her ser vi altså kun på de tre valgforbund. En retfærdig fordeling af mandaterne viser sig nu at være et ikke-trivielt problem, der faktisk kræver en hel del matematik for at forstå problemerne. Vi vil derfor opbygge en geometrisk matematisk model for mandatfordelingen for bedre at kunne undersøge og forstå problemet.

Hvis de skal fordele *n* mandater mellem sig, kan vi starte med at udregne de antal mandater, som de er berettigede til ud fra deres stemmetal n_A, n_B og n_C.

a) Gøre rede for at valgforbundet A må være berettiget til et antal mandater givet ved brøken $\frac{n\_A}{n\_A+n\_B+n\_C}\cdot n$ og tilsvarende for de andre valgforbund. Hvad står nævneren for? Hvad står brøken for? Regn gerne på et konkret taleksempel!

Problemet er nu at disse brøkformler ofte vil føre til decimaltal, dvs. det berettigede antal mandater udregnet efter formlen ikke nødvendigvis bliver til et helt tal. Der bliver derfor typisk tre brøkdele, som man skal gøre rede for. Disse tre brøkdele giver tilsammen et helt tal, som vi vil kalde for *tillægsmandaterne*.

b) Hvor mange tillægsmandater kan der blive tale om med tre valgforbund?

Det er her det nu vil være bekvemt at kunne lege med en model over mandatfordelingen. Du kan hente modellen som en animation som html-fil **her** og **her** som tns-fil (TI-Nspire), eller du kan hente den **her** som en TI-Nspire CAS-fil. Modellen findes i tre versioner, der har en fælles opbygning. De tre valgforbund *A*, *B* og *C* er repræsenteret ved de tre hjørner i en ligesidet trekant. Det indre af trekanten *ABC* repræsenterer da de forskellige mandatfordelinger. Valgresultatet repræsenteres af et konkret punkt P, som du kan trække rundt i trekanten. Den splitter den store trekant i tre deltrekanter: En grøn hørende til *A*, en rød hørende til *B* og en blå hørende til *C*. De tre arealer har nu samme forhold som det antal stemmer de tre valgforbund opnåede ved valget. Ved at udregne forholdet mellem de farvede trekanters arealer og den samlede trekants arealer kan vi altså udregne det berettigede antal mandater ud fra formlen

$$brøk\_A=\frac{Trekant\_A}{Trekant\_A+Trekant\_B+Trekant\_C}\cdot n$$

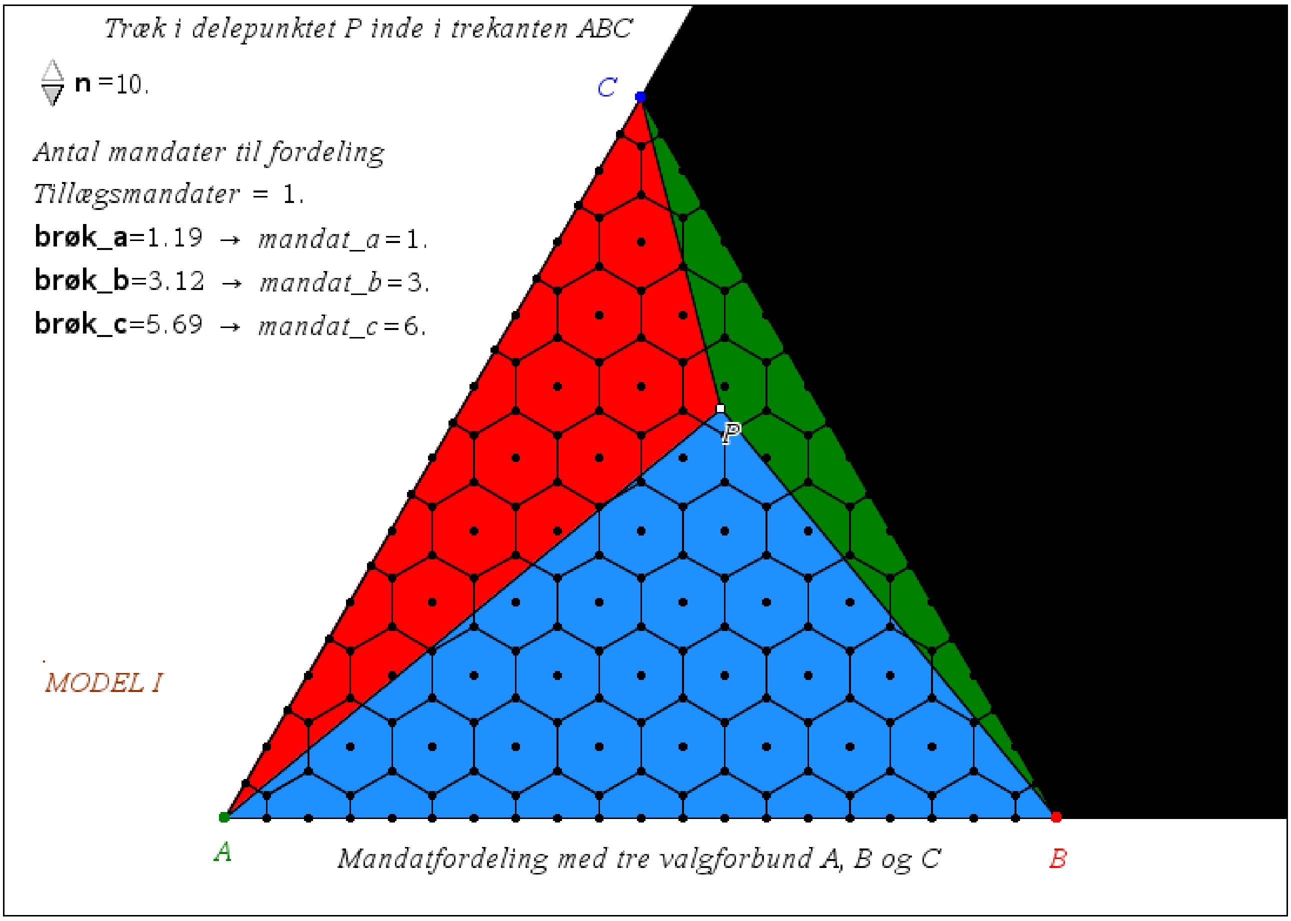
Og tilsvarende for de andre valgforbund. I det viste eksempel er de berettigede antal mandater altså givet ved

Brøk_A = 1.19
Brøk_B =3.12
Brøk_C = 5.69

ISBN 978 87 7066 827 9

L&R Uddannelse EGMONT

De er derfor sikret mandattallene 1 til valgforbundet *A*, 3 til valgforbundet *B* og 5 til valgforbundet *C*. Men derved har vi kun brugt 9 af mandaterne og da der i eksemplet er i alt 10 mandater til rådighed skal vi derfor have fordelt endnu et tillægsmandat. I eksemplet tilfaldet det åbenlyst *C*. Læg mærke til at jo tættere vi kommer på fx hjørnepunktet *A*, jo større bliver den tilhørende trekant og jo flere mandater får valgforbundet *A* derfor.

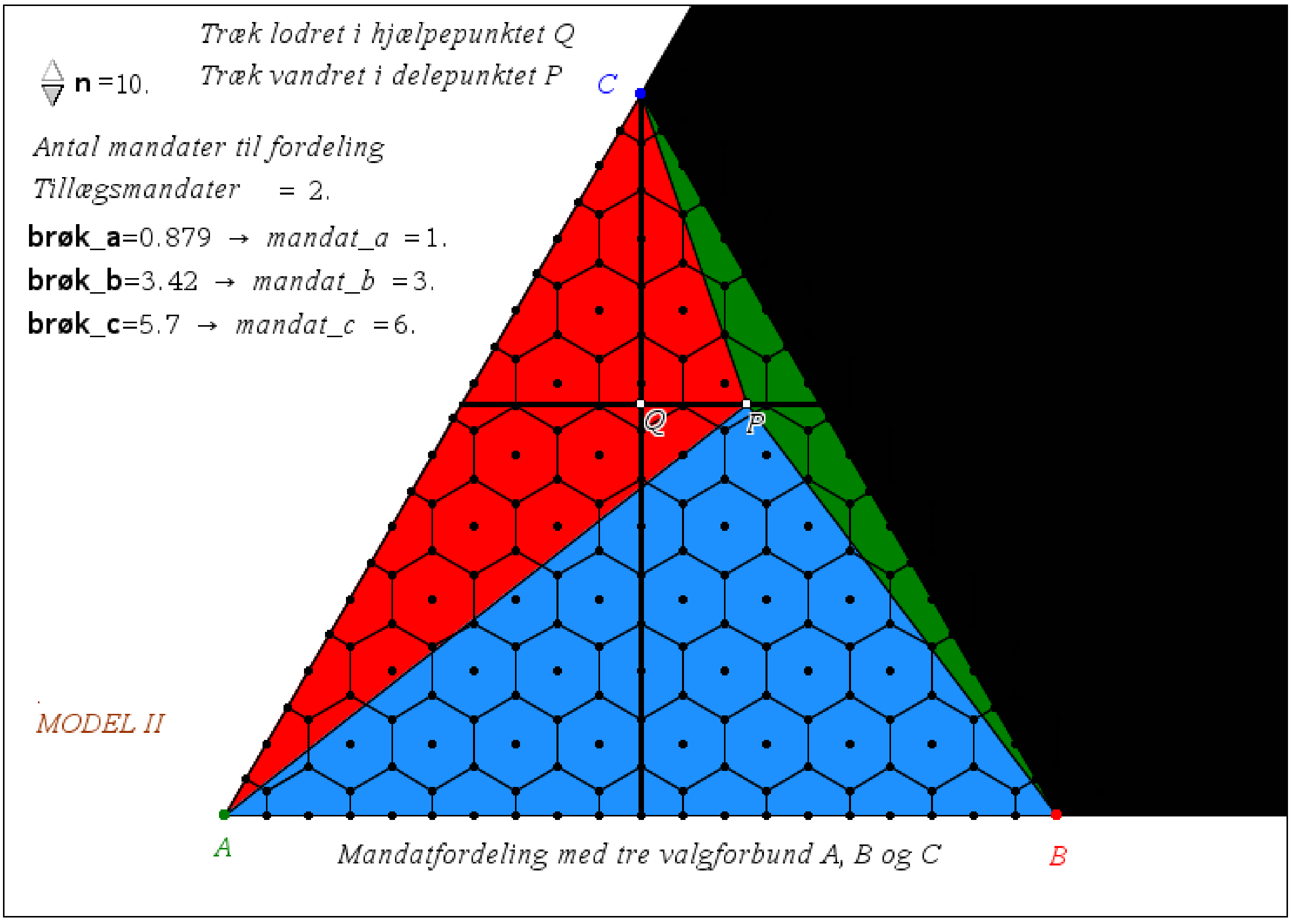


c) Undersøg nu ved at trække i punktet *P* opbygningen af modellen. Hvordan afgøres det hvem der skal have tillægsmandatet, hvis der er et tillægsmandat? Hvordan afgøres det hvem der skal have det ekstra tillægsmandat, hvis der er to tillægsmandater? Metoden kaldes *største brøks metode*. Prøv nu at forklare reglen med ord.

d) Hvilken rolle spiller de sekskantede fliser i modellen? Hvilken rolle spiller centrum for de sekskantede fliser?

ISBN 978 87 7066 827 9

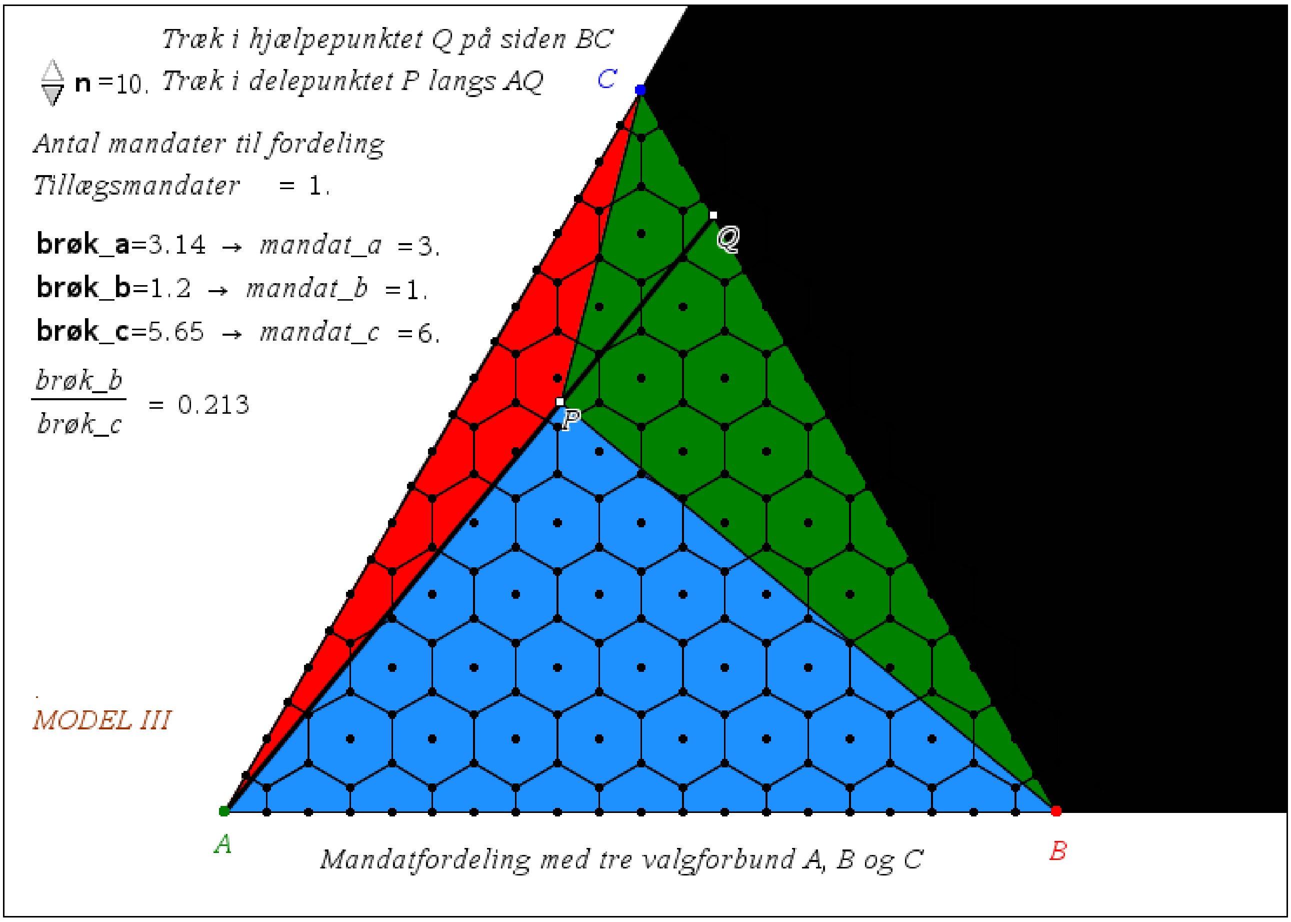
De to andre modeller er opbygget på samme måde. Det er kun styringen af delepunktet *P*, der foregår på en lidt anden måde:



I model II kan man kun flytte delepunktet vandret frem og tilbage (men den vandrette linje kan hæves og sænkes ved at trække i hjælpepunktet *Q*).

e) Hvilke variable holdes konstant og hvilke varieres når man trækker i punktet *P*. Hvad gælder der derfor om delepunkterne når de ligger på en linje parallel med en af trekantens sider?

ISBN 978 87 7066 827 9



I model III kan man kun flytte delepunktet på skrå langs en ret linje gennem *A* (men linjen gennem *A* kan flyttes ved at trække i hjælpepunktet *Q*).

f) Hvilke variable holdes konstant og hvilke varieres når man trækker i punktet *P*. Hvad gælder der derfor om delepunkterne når de ligger på en linje der går gennem et af trekantens hjørnepunkter?

Vi kan nu nærme os mulige problemer indbygget i mandatfordelingen, når vi som her anvender største brøks metode! Overvej nu følgende fire spørgsmål:

g) Kan man ændre på *A*'s mandattal, hvis stemmetallet for *A* er uforandret, dvs. det er alene stemmetallene for *B* og C, der ændres?

h) Kan et valgforbund få absolut flertal, selvom det har under halvdelen af stemmerne?

i) Kan et valgforbund gå frem ved et valg, dvs. få en større brøkdel af stemmerne og alligevel miste et mandat?

j) Kan et valgforbund miste et mandat, hvis man sætter antallet af mandater op?

ISBN 978 87 7066 827 9

Du kan læse mere om problemerne omkring mandatfordelinger ved at gå ind på Erik Vestergaards hjemmeside **her** eller ved at overveje de følgende spørgsmål:

k) Gå på internettet og find ud af hvad **Alabama paradox** står for. Hvad har det med den foregående øvelse at gøre?

l) Gå på internettet og find ud af hvad **Population paradox** står for. Hvad har det med den foregående øvelse at gøre?

Modelbygning: Hvordan opbygges en geometrisk model for mandatfordelingen?

Hvis du er blevet nysgerrig for at finde ud af hvordan man opbygger en model som de foregående animationsmodeller kan du læse en opskrift **her** og selv prøve kræfter med at opbygge modellen!