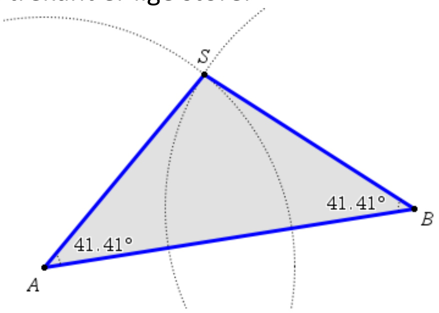
ISBN 978 87 7066 827 9

Projekt 0.7. Thales´ geometriske opdagelser

Thales var en af de græske naturfilosoffer. Han levede ca. 500 fvt. i den græske koloni Milet, der ligger på det nuværende Tyrkiets sydkyst. Man har ikke noget skriftligt overleveret fra ham selv, men udelukkende eftertidens fortællinger om ham. Thales menes at have gjort flere geometriske opdagelser, som han rent faktisk har ført en form for matematisk bevis for. Dette ved man fra matematikhistorikeren Eudemos, som skrev om Thales bedrifter ca. 320 år fvt.
Undersøg følgende af Thales påstande ved hjælp af et dynamisk geometriprogram.

Påstand 1:

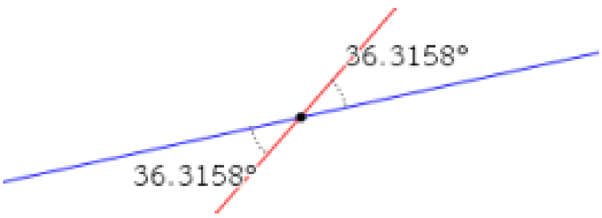
Vinklerne ved grundlinjen i en ligebenet trekant er lige store.



Konstruktion:
Tegn et linjestykke AB (grundlinjen) og tegn en cirkel med fast radius (svarende til trekantens lige ben) med centrum i hvert af linjestykkets endepunkter.
Marker cirklernes skæringspunkt S ovenfor linjestykket og tegn trekant ABS op.
Mål vinklerne ved grundlinjen.
Træk i et af trekantens hjørner og kontroller, at de målte vinkler forbliver lige store.

Påstand 2:

Topvinkler er lige store.



Konstruktion:
Tegn to linjer således, at skæringspunktet er synligt.
Mål de to vinkler, som ligger overfor hinanden (se figur).
Træk i linjerne og kontroller, at de forbliver lige store.
Kan du bevise påstanden? Find evt. hjælp i kapitel 0, øvelse 0.4.

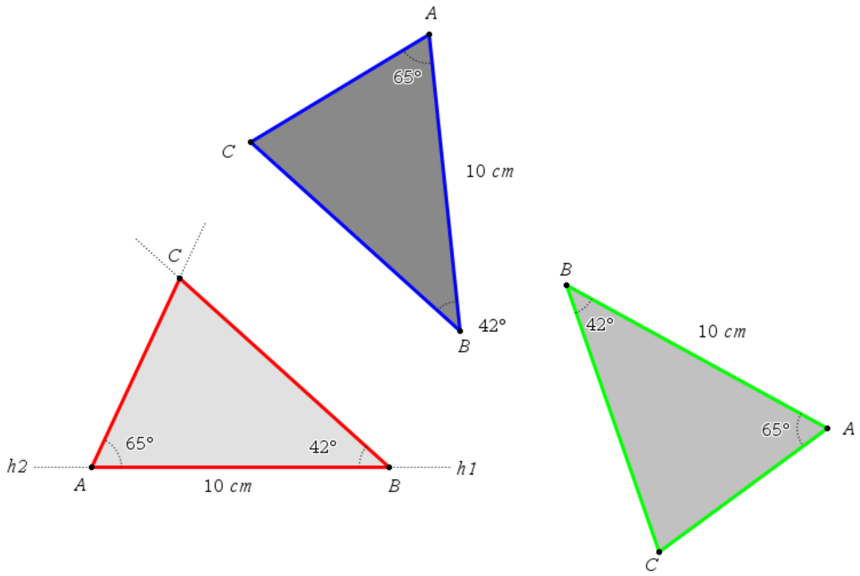
ISBN 978 87 7066 827 9

Påstand 3:

Hvis to trekanter har to vinkler og en side lige store, så er trekanterne kongruente (dvs. de kan flyttes, så de præcist dækker hinanden).

Konstruktion:

Tegn et linjestykke AB (grundlinjen) med en fast længde, tegn en halvlinje h_1 fra A gennem B og h_2 fra B gennem A, drej h_1 $35°$ mod uret, drej h_2 $62°$ med uret (angives som negativ drejning i nogle programmer, dvs. $-62°$), konstruer skæringspunktet C mellem halvlinjerne, og optegn trekant ABC.



Træk i hjørnerne og kontroller, at trekanten ikke deformeres!
Overvej, at ligegyldigt hvor i planen vi konstruerer en kopi af trekant ABC, så vil vi altid kunne flytte (dreje, parallelforskyde, spejle) kopien, så den dækker trekant ABC.

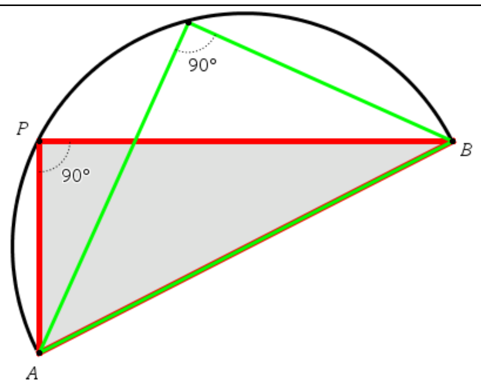
I senere tekster er Thales citeret for også at have vist, at:

Påstand 4:

Enhver trekant, som er indskrevet i en halvcirkel er retvinklet.

Konstruktion:

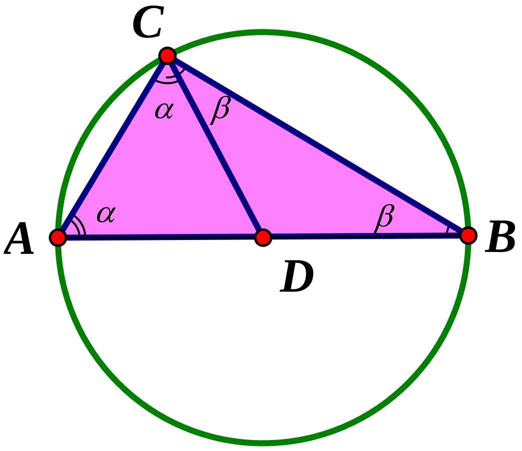
Tegn en cirkel med en diameter AB.
Afsæt et punkt P på cirklens periferi.
Optegn trekant APB, og mål vinkel P i trekanten.
Træk i P og kontroller, at vinklen forbliver ret.



Beviset for sætningen anvender som ofte i matematik et lille trick.

ISBN 978 87 7066 827 9

Som i beviset for at vinkelsummen i trekanter er $180°$, trækker vi en hjælpelinje, denne gang fra C til D og får følgende situation:



Øvelse.
Vi fik hermed to nye trekanter frem: *ACD* og *BCD*.
På tegningen har vi markeret to vinkler med α og to vinkler med β. Hvorfra ved vi, at disse vinkler to og to er lige store? Hjælp: Hvad er det for trekanter?

Udnyt tegningen samt sætningen om trekanters vinkelsum til at vise, at $\alpha+\beta=90°$.

Thales sætning
Formuler nu igen, det du har bevist, som en matematisk sætning.